

STATISTIQUES PROBABILITES

Un peu de cours

I Paramètres de position d'une série statistique

1. Moyenne

Exemple 1 : Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

La **moyenne** de cette série est la somme de tous les nombres donnés divisés par l'effectif total :

$$\frac{3 \times 2 + 5 \times 1 + 6 \times 4 + 7 \times 1 + 7,5 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 2}{2 + 1 + 4 + 1 + 2 + 3 + 2} = \frac{99}{15} = 6,6$$

La moyenne des notes est égale à 6,6.

Remarque : Pour calculer la moyenne d'une série regroupée en classes d'intervalles, on détermine le centre de chaque classe, puis on calcule la moyenne pondérée en utilisant les centres des intervalles

Exemple 2 :

Classe	[0; 15[[15; 30[[30; 45[
Effectif	5	6	2
Centre	7,5	22,5	37,5

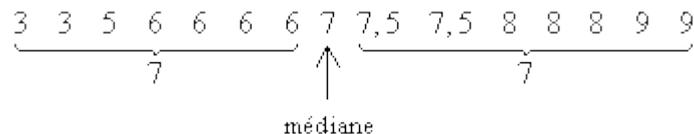
La moyenne est égale à :

$$\frac{7,5 \times 5 + 22,5 \times 6 + 37,5 \times 2}{5 + 6 + 2} = \frac{247,5}{13} \approx 19$$

2. Médiane

Définition : La **médiane** est le nombre se trouvant au "milieu" de la série, c'est-à-dire qu'il y a autant d'effectif à droite de ce nombre qu'à gauche quand les valeurs sont rangées dans l'ordre.

Exemple 1 :



Remarque : La médiane peut être illustrée par une ligne de partage. Ici, l'effectif total de la série (15) est impair, mais dans certain cas cet effectif est pair. Dans ce cas, on peut prendre pour médiane, la moyenne des deux nombres se situant autour de la "ligne de partage" :

3 5 7 8 10 13

3 3

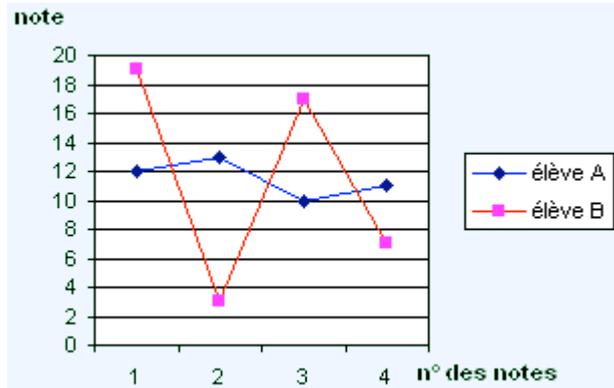
On peut prendre pour médiane $\frac{7+8}{2} = 7,5$

Exemple 2 ci-dessus : Il y a un effectif total de 13. Donc la médiane correspond à la 7^{ème} valeur, elle se trouve dans la classe [15 ; 30[. On peut dire qu'une médiane est le centre de cet intervalle.

II. Paramètres de dispersion d'une série

Exemple : Voici les notes obtenues par deux élèves :

					moyenne
élève A	12	13	10	11	11,5
élève B	19	3	17	7	11,5



Ces deux élèves ont la même moyenne. Pourtant, graphiquement, les notes sont différemment réparties.

On dit que la série de l'élève B est plus **dispersée** que celle de l'élève A, car les valeurs extrêmes sont plus éloignées.

Définition :

L'**étendue** d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.

Exemple : L'étendue de la série des notes de l'élève A est égale à : $13 - 10 = 3$.

L'étendue de la série des notes de l'élève B est : $19 - 3 = 16$.

ENONCES DES 10 EXERCICES (Statistiques puis probabilités)

Exercice 1 CRPE 2017 groupement 1

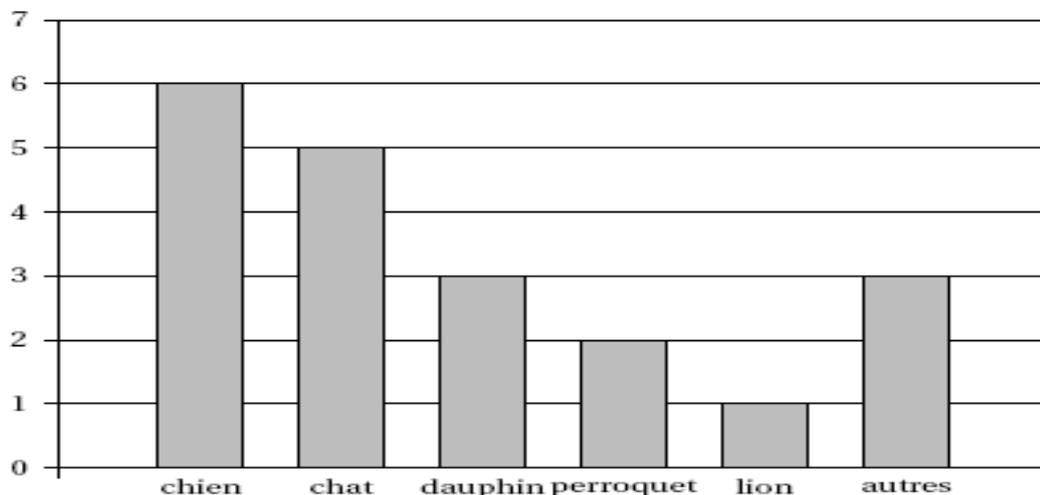
Ce tableau présente la hauteur, en millimètre, des précipitations journalières au cours du mois d'avril 2016, sur l'aéroport Roland Garros de l'île de La Réunion.

Hauteur des précipitations (en millimètre)	0	0,3	1,3	1,7	2,5	7	13	21	28	42
Nombre de jours	4	6	4	4	3	3	2	1	2	1

1. Calculer la valeur moyenne des précipitations journalières au cours du mois d'avril 2016, arrondie au dixième de millimètre.
2. Déterminer la valeur médiane de ces précipitations journalières. Interpréter ce résultat par une phrase.
3. Quelle est l'étendue de cette série ?
4. Déterminer le nombre de jours où la hauteur des précipitations est supérieure ou égale à 13 mm, puis exprimer ce nombre en pourcentage par rapport au nombre de jours dans le mois.
5. Sachant qu'une des pistes de décollage de l'aéroport Roland Garros est rectangulaire et mesure 3 200 m de long et 50 m de large, calculer, en mètre cube, puis en litre, le volume de pluie tombé sur cette piste au cours du mois d'avril 2016.

Exercice 2

2. Dans une classe, un sondage a été fait auprès des élèves pour connaître leur animal préféré. Les résultats sont illustrés dans le graphique ci-dessous.



Quelle est la fréquence d'apparition de la réponse « chien » ?

3. On donne la série suivante : 3 ; 4 ; 6 ; 10 ; 13 ; 14 ; 17 ; 25 ; 26
Quelle est la médiane de cette série ?
Quel est le premier quartile de cette série ?

Exercice 3

Durant une compétition d'athlétisme, les 7 concurrents ont couru les 200 m avec les temps suivants (en secondes) :

20,25 ; 20,12 ; 20,48 ; 20,09 ; 20,69 ; 20,19 et 20,38.

1. Quelle est l'étendue de cette série ?
2. Quelle est la moyenne de cette série (arrondie au centième) ?
3. Quelle est la médiane de cette série ?
4. Quelle est la vitesse moyenne de l'athlète classé premier, en mètres par seconde (m/s), (arrondie au millième) ?

PROBABILITES

Faites fonctionner votre
intuition !

Exercice 1

3 points

Au stand d'une fête foraine, un jeu consiste à tirer au hasard un billet de loterie dans un sac contenant exactement 180 billets.

- 4 de ces billets permettent de gagner un lecteur MP3.
- 12 permettent de gagner une grosse peluche.
- 36 permettent de gagner une petite peluche.
- 68 permettent de gagner un porte-clés.
- Les autres billets sont des billets perdants.

Quelle est la probabilité pour un participant :

1. de gagner un lecteur MP3 ?
2. de gagner une peluche (grande ou petite) ?
3. de ne rien gagner ?

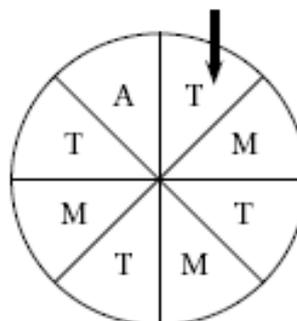
Exercice 2

À un stand du « Heiva », on fait tourner la roue de loterie ci-dessous.

On admet que chaque secteur a autant de chance d'être désigné.

On regarde la lettre désignée par la flèche : A, T ou M, et on considère les évènements suivants :

- A : « on gagne un autocollant » ;
- T : « on gagne un tee-shirt » ;
- M : « on gagne un tour de manège » .



1. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?
2. Quelle est la probabilité de l'évènement T ?
3. Quelle est la probabilité de l'évènement M ?
4. Exprimer à l'aide d'une phrase ce qu'est l'évènement non A puis donner sa probabilité.

Exercice 3

CRPE2017groupement3

Dans cet exercice, les réponses seront données sous la forme d'une fraction irréductible

On dispose d'un dé cubique à 6 faces numérotées de 1 à 6 et d'un dé tétraédrique à 4 faces avec des sommets numérotés de 1 à 4 comme sur la photo ci-contre, parfaitement équilibrés.



On lance les deux dés et on note le nombre lisible sur la face supérieure du dé à 6 faces et le nombre lisible sur le sommet supérieur du dé à 4 faces.

1.
 - a. Avec quel dé la probabilité d'obtenir un 3 est-elle la plus grande ?
 - b. Avec quel dé la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est-elle la plus grande ?
 - c. Quelle est la probabilité d'obtenir avec le dé à 4 faces un nombre supérieur ou égal au nombre obtenu avec le dé à 6 faces ?
2. On calcule la somme des nombres obtenus avec chacun des deux dés.
 - a. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme paire ?
 - b. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme strictement supérieure à 3 ?

EXERCICE 4

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule est exacte.

Chaque réponse exacte rapporte 1 point.

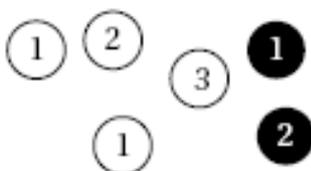
Une réponse fautive ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Pour chacune des trois questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

Énoncé :

Un sac contient six boules : quatre blanches et deux noires. Ces boules sont numérotées :

Les boules blanches portent les numéros 1 ; 1 ; 2 et 3 et les noires portent les numéros 1 et 2.



Numéro	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{4}$	4
2	Quelle est la probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 ?	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
3	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche numérotée 1 ?	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$

Exercice 5 CRPE 2017 groupement 1

Au mois de février 2017, on a interrogé 12 527 personnes de plus de 15 ans à la sortie du métro, à propos du nombre de fois où elles sont allées au restaurant pendant le mois de janvier 2017. Chaque personne sondée est enregistrée par un numéro, de 1 à 12 527.

Le tableau ci-dessous présente des résultats, selon la classe d'âge des personnes interrogées.

	De 15 à 25 ans	De 26 à 44 ans	De 45 à 60 ans	Plus de 60 ans	TOTAL
Pas du tout		82	415	147	666
Une fois	682		1243	589	
Deux fois		634	552	138	1737
Trois fois	174	95			1907
Quatre fois ou plus	251	418	923	317	
TOTAL	1542		3517	2445	

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessus.
2. On tire au hasard un des numéros correspondant aux personnes interrogées, en supposant que chacun a la même probabilité d'être choisi.
 - a) Déterminer la probabilité que ce numéro corresponde à une personne qui est allée exactement deux fois au restaurant pendant le mois de janvier 2017.
 - b) Déterminer la probabilité que ce numéro corresponde à une personne qui a moins de 45 ans.
 - c) Déterminer la probabilité que ce numéro corresponde à une personne qui a plus de 60 ans et qui est allée au moins trois fois au restaurant pendant le mois de janvier 2017.

Exercice 6 CRPE 2018 groupement 2

Les informations présentées dans cet exercice sont extraites du site de l'Établissement Français du Sang qui gère le don du sang en France (<https://www.donduasang.net/>).

Tableau 1 : Répartition de la population française selon le groupe sanguin et le rhésus

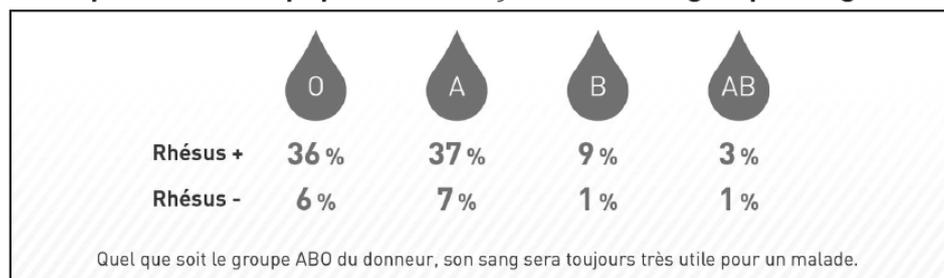


Tableau 2 : Compatibilité sanguine des donneurs et des receveurs

		RECEVEURS							
		O+	O-	A+	A-	B+	B-	AB+	AB-
DONNEURS	O+	●		●		●		●	
	O-	●	●	●	●	●	●	●	●
	A+			●				●	
	A-			●	●			●	●
	B+					●		●	
	B-					●	●	●	●
	AB+							●	
	AB-							●	●

DONNEUR UNIVERSEL

RECEVEUR UNIVERSEL

Lecture : une personne de groupe A rhésus négatif (A-) peut recevoir du sang d'un donneur du groupe O rhésus négatif ou du groupe A rhésus négatif. Il peut donner son sang à des personnes des groupes et rhésus A+ ; A- ; AB+ et AB-.

1. Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la population française soit « donneur universel » ?
2. Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la population française soit « receveur universel » ?
3. Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la population française puisse donner son sang à une personne du groupe B, rhésus + ?
4. On choisit au hasard une personne parmi les personnes du groupe O dans la population française. Quelle est la probabilité que cette personne soit « donneur universel » ? Arrondir le résultat au centième.

Au 1^{er} janvier 2016, d'après l'INSEE, la population française était de 66 627 602 personnes. Parmi ces personnes, 43 217 325 personnes avaient entre 18 et 70 ans, critère requis pour pouvoir donner son sang.

5. Estimer le nombre de « donneurs universels » en France au 1^{er} janvier 2016.
6. Quel pourcentage de la population française représentait, au 1^{er} janvier 2016, la population susceptible de donner son sang ?

Exercice 7 CRPE 2018 groupement 1

Dans une loterie, 300 billets sont vendus et il y a 37 billets gagnants. Les autres billets sont des billets perdants.

Parmi les 37 billets gagnants :

- 2 de ces billets permettent de gagner une télévision ;
- 5 permettent de gagner un bon de réduction de 100€ ;
- 10 permettent de gagner un bon de réduction de 50€ ;
- 20 permettent de gagner un porte-clés ;

1. Quelle est la probabilité de gagner une télévision si l'on achète un billet ?
2. Quelle est la probabilité de gagner un bon de réduction (peu importe la somme) si l'on achète un billet ?
3. En plus de l'achat des bons de réduction dans plusieurs magasins, l'organisateur de la loterie dépense 500€ pour chaque télévision et 0,50€ pour chaque porte-clés.
 - a. À quel prix doit-il vendre les billets de loterie, pour être sûr que ce jeu ne lui fera pas perdre d'argent ?
 - b. S'il souhaite vendre chaque billet 2€, combien doit-il rajouter de billets perdants (en ne modifiant pas le nombre de billets gagnants et les lots correspondants) pour être assuré que ce jeu ne lui fera pas perdre d'argent ?