Corrigés des dix exercices de statistiques et probabilités

Exercice 1 CRPE 2017 groupement 1

1. Pour trouver cette moyenne pondérée, on multiplie les nombres dans chaque colonne, on ajoute les résultats et on divise la somme de ces produits par le nombre de jours du mois d'Avril soit 30 jours. La moyenne des précipitations par jour est de :

$$\begin{aligned} & \frac{4 \times 0 + 6 \times 0,3 + 4 \times 1,3 + 4 \times 1,7 + 3 \times 2,5 + 3 \times 7 + 2 \times 13 + 1 \times 21 + 2 \times 28 + 1 \times 42}{4+6+4+4+3+3+2+1+2+1} \\ = & \frac{0 + 1,8 + 5,2 + 6,8 + 7,5 + 21 + 26 + 21 + 56 + 42}{30} \\ = & \frac{187,3}{30} \\ = & 6,2 \text{ en arrondissant au dixième près.} \end{aligned}$$

2. La valeur médiane m est la hauteur de précipitations fictive telle que la moitié du mois (c'est-à-dire 15 jours) la hauteur est inférieure ou égale à m et l'autre moitié du mois il pleut plus que m. Cette valeur m est entre 1,3 et 1,7. En arrondissant, on peut dire que la valeur médiane est de 1,4 mm.
3. L'étendue de cette série est de 42 mm.
4. Le nombre de jours où la hauteur des précipitations est supérieure ou égale à 13 mm est 6 jours. Le pourcentage est 6 : 30=1/5 c'est aussi 20%.
5. Le volume d'eau en mètres cubes au cours du mois est de :

   3200 x 50 x 0,1873 (on utilise la formule du volume d'un parallélépipède) en effet, pendant un mois en ajoutant toutes les valeurs de la première ligne dans le tableau on trouve 0,1873 m.

   3200 x 50 x 0,1873 =29 968 m^3, dans 1m^3 il y a 1000litres,

   le volume d'eau est donc 29 968 000L.

Exercice 2

La fréquence d'obtenir « chien » est égale à 6/20 soit 30%

La valeur médiane est la valeur du milieu car les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant. C'est la 5° valeur c'est à dire : 13.

Le premier quartile est la valeur qui est après le premier quart c'est à dire la 3° valeur de la série : 6.

Exercice 3

On range les valeurs dans l'ordre : 20,09 ; 20,12 ; 20,19 ; 20,25 ; 20,38 ; 20,48 ; 20,69 ;

1) L'étendue est 20,69-20,09=0,60.
2) La moyenne est 20,31 arrondie au centième par défaut ; (20,25+20,12+20,48+20,09+20,69+20,19+20,38) : 7=20,3142 soit au centième près 20,31
3) La médiane est 20,25. C'est la valeur du milieu de la série quand les valeurs sont rangées dans l'ordre.
4) La vitesse est égale à la distance parcourue divisée par la durée de la course :
   200 : 20,09 = 9,955 m/s

Exercices de probabilités

Exercice 1 Dans le cas d'équiprobabilité , le calcul de probabilité se fait en divisant le nombre de cas favorables par le nombre de cas possibles.

1) Probabilité de gagner un MP3 est 4/180=2/90=1/45.
2) Probabilité de gagner une peluche 48/180=24/90=12/45=4/15.
3) Probabilité de ne rien gagner 1-120/180=180/180-120/180=60/180=1/3.

Exercice 2

1) 1/8
2) 4/8=0,5
3) 3/8
4) L'événement contraire de A est « ne pas gagner un auto-collant » sa probabilité est égale à 7/8.

Exercice 3 CRPE 2017 groupement 3

1. a Pour le dé cubique la probabilité est 1/6

   Pour le dé tétraédrique, elle est de ¼

   La probabilité la plus grande est pour le dé tétraédrique. C'est du au fait qu'il a moins de faces.

   b. Pour le dé cubique il y a deux multiples de 3 qui sont 3 et 6, la réponse est donc 1/3.

   Pour le dé tétraédrique il y a comme multiple de 3 seulement 3 donc la réponse est ¼. Le plus grand nombre est 1/3.

   c. Cochons les cases qui correspondent aux cas favorables

Dé à 6 faces Dé à 4 faces	1	2	3	4	5	6
1	X					
2	X	X				
3	X	X	X			
4	x	x	x	x		

Il y a 10 cas favorables et 24 résultats possibles. Ce qui donne une probabilité de (10 : 24) soit 5/12.

2. Cette fois ci dans le tableau, on écrit la somme des résultats affichés par les deux dés.

Dé à 6 faces Dé à 4 faces	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10

a. La somme est paire 3 fois sur chaque ligne, 12 sommes paires en tout. La probabilité est 12/24 soit ½.

b. La somme est strictement supérieure à 3 , 4 fois sur la première ligne, 5 fois sur la deuxième ligne, 6 fois sur la troisième ligne, et 6 fois sur la quatrième ligne.
Il y a : 4+5+6+6=21 cas favorables.

La probabilité est 21/24.

Exercice 4

Pour 1 : Probabilité de tirer une boule blanche 4/6=2/3 soit A

Pour 2 : Probabilité de tirer une boule portant le 2 est 2/6=1/3 soit C

Pour 3 : Probabilité de tirer une boule blanche numérotée 1 est 1/3

Exercice 5 CRPE 2017 groupement 1

1.

	De 15 à 25 ans	De 26 à 44 ans	De 45 à 60 ans	Plus de 60 ans	TOTAL
Pas du tout	22	82	415	147	666
Une fois	682	3794	1243	589	6308
Deux fois	413	634	552	138	1737
Trois fois	174	95	384	1254	1907
Quatre fois ou plus	251	418	923	317	1909
TOTAL	1542	5023	3517	2445	12527

2. La situation est une situation de probabilité où le tirage se fait au hasard, il s'agit donc d'un cas d'équiprobabilité. Dans ce cas, la probabilité d'un événement se calcule en faisant le quotient du nombre de « cas favorables » par le nombre de « cas possibles ».

a. L'événement A est « la personne est allée deux fois au restaurant en janvier 2017 »

Le nombre de cas favorables est : 1737

Le nombre de cas possibles de la situation est : 12 527

On obtient environ 0,14.

b. L'événement B est « la personne a moins de 45 ans »

Le nombre de cas favorables est : 1542+5023 = 6565

Le nombre de cas possibles de la situation est : 12527

On obtient 0,52 environ.

c. L'événement C est « la personne a plus de 60 ans et est allée au moins trois fois au restaurant en janvier 2017 »

Le nombre de cas favorables est : 1254+317 = 1571

Le nombre de cas possibles de la situation est : 12 527

On obtient environ 0,13.

Exercice 6 CRPE 2018 groupement 2:

Dans cet exercice, la personne est choisie au hasard, nous sommes donc dans une situation d'équiprobabilité.

1. Un donneur universel est un donneur de groupe O et de rhésus négatif. Or, cela concerne 6 % de
   la population française donc, $\boxed{\text{la probabilité d'être donneur universel est de 0,06.}}$
2. Un receveur universel est un receveur de groupe AB et de rhésus positif. Or, cela concerne 3 % de la population française donc, $\boxed{\text{la probabilité d'être receveur universel est de 0,03.}}$
3. Pour être donneur à une personne de groupe B et de rhésus positif, il faut être O+, O−, B+ ou B−, ce qui représente 36 % + 6 % + 9 % + 1 % soit 52 % de la population française donc, $\boxed{\text{la probabilité de pouvoir donner a une personne de groupe B rhésus positif est de 0,52.}}$
4. Parmi les personnes de groupe O, seules les personnes de rhésus négatif sont donneurs universels, ce qui représente du probabilité de $\dfrac{6\,\%}{36\,\%+6\,\%} = \dfrac{1}{7} \approx 0,143$.
   $\boxed{\text{Pour une personne du groupe O, la probabilité d'être donneur universel est d'environ 0,14.}}$
5. 43 217 325 personnes peuvent donner leur sang, et parmi elles, 6 % sont donneurs universels, soit $0,06 \times 43\,217\,325$ personnes $= 2\,593\,039,5$ personnes.
   $\boxed{\text{Au 1}^{\text{er}}\text{ janvier 2016, il y avait environ 2 593 040 donneurs universels.}}$
6. $\dfrac{43\,217\,325}{66\,627\,602} \times 100 \approx 64,86$.
   $\boxed{\text{Au 1}^{\text{er}}\text{ janvier 2016, environ 65 \% de la population pouvait donner son sang.}}$

Exercice 7 CRPE 2018 groupement 1

Dans cet exercice, on suppose que les billets sont vendus au hasard, et donc que nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

1. $p_1 = \dfrac{\text{nombre de billets permettant de gagner une télévision}}{\text{nombre total de billets}} = \dfrac{2}{300} = \dfrac{1}{150}$.
   $\boxed{\text{La probabilité de gagner une télévision est de 1/150.}}$
2. $p_2 = \dfrac{\text{nombre de billets permettant de gagner un bon de réduction}}{\text{nombre total de billets}} = \dfrac{5+10}{300} = \dfrac{15}{300} = \dfrac{1}{20}$.
   $\boxed{\text{La probabilité de gagner un bon de réduction est de 1/20.}}$
3. (a) Calcul des dépenses D de l'organisateur :
   $D = 2 \times 500\text{ €} + 5 \times 100\text{ €} + 10 \times 50\text{ €} + 20 \times 0,50\text{ €} = 2\,010\text{ €}$.
   Or, $2\,010 \div 300 \approx 6,7$ donc, si l'organisateur vend 300 billets,
   $\boxed{\text{il devra les vendre au minimum à 6,70 € pour ne pas perdre d'argent.}}$

   (b) Soit n le nombre de billets à ajouter aux 300 billets. On a l'équation suivante :
   $$\begin{aligned}(300+n) \times 2\text{ €} \geq 2\,010\text{ €} &\iff 600 + 2n \geq 2\,010\\ &\iff 2n \geq 1410\\ &\iff n \geq 705.\end{aligned}$$
   $\boxed{\text{À 2 €, l'organisateur doit ajouter au moins 705 billets pour ne pas perdre d'argent.}}$